



DIDŽDVARIO  
GIMNAZIJA



# Projektas „Matematika ir kiti STEAM mokslai“

Ieva Paniulaitytė, Jonas Žemaitis, Daina Zalogaitė, Greta  
Ralytė

IIM



# MUZIKA



# Turiny



01

Muzikos kalba

02

Garso dažnis

03

Pitagoro teorema

04

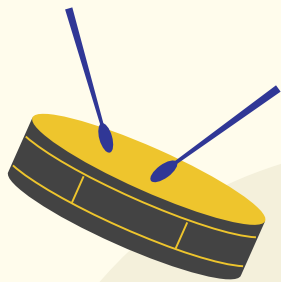
Aukso pjūvis muzikinēse  
kompozicijose

05

Harmonija

06

Refleksija

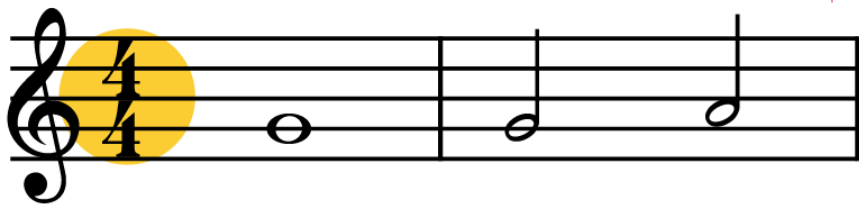


# Matematika padeda skaityti muzikos natas

**Nemaža muzikos dalis susideda iš matematikos.  
Skamba keistai, bet tai yra tiesa.**



Time signature



Muzika yra dalinama į vienodo dydžio, arba šiuo atveju greičio taktus. Kiekvienas taktas turi vienodą ritminių akcentų skaičių. Tai galime palyginti su matematiniu laiko dalijimu.

x 60



hours

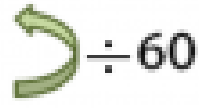


minutes

x 60

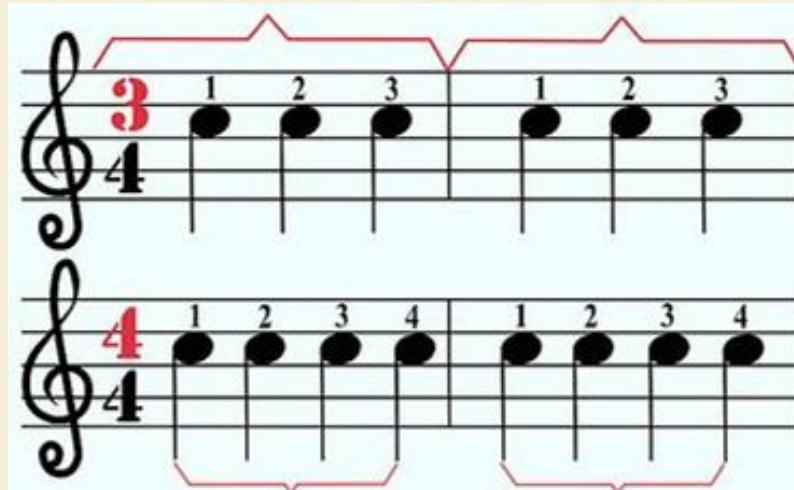


seconds



Kiekvienas kūrinys turi ritmo parašą. Jis nurodo ritminių akcentų skaičių viename takte. Kiekviena nata užema kažkiek takto laiko, todėl muzikantui labai svarbu suprasti trupmenų ir natų vertę, kad jis galėtų groti ritmiškai.

Nepriklausomai, nuo muzikos žanro, kiekviename kūrinyje galima rasti matematikos.



# Garso dažnis muzikoje susijęs su matematika



Graikijos filosofas ir matematikas Pitagoras suprato, kad skirtingi garsai gali būti sudaryti iš skirtingo storio ir vibracijos. Tai leido atrasti, kad vibruojančių stygų, pvz.: smuiko, gitaros ar pianino, aukštį galima valdyti pagal jos ilgį. **Kuo trumpesnė styga, tuo aukštesnis garso dažnis ir kuo ilgesnė, tuo žemesnis.**

Žemo tono garsas turi žemą dažnį, aukšto tono garsas turi aukštą dažnį



# Pitagoro teorema atrado muziką

Pitagoras atrado, kad tobulos kvintos intervalas, atitinkantis dažnio santykį  $3:2$ , yra ypatingai darnus.

Iš to jis padarė išvadą, kad tinkama gama gali būti sukonstruota naudojant santykius  $2:1$  ir  $3:2$ .







Graikų muzikinės gamos, sudarytos Pitagoro mokyklos, yra sukonstruotos naudojant šiuos intervalus, nepaisant to, kad ir kiti mažų sveikų skaičių santykiai turėjo reikšmę klasikinėse graikų gamose.



Pitagoriečių mažorinė gama

<i>nata</i>	<i>do</i>	<i>re</i>	<i>mi</i>	<i>fa</i>	<i>sol</i>	<i>la</i>	<i>si</i>	<i>do</i>
<i>santykis</i>	1:1	9:8	81:64	4:3	3:2	27:16	243:128	2:1

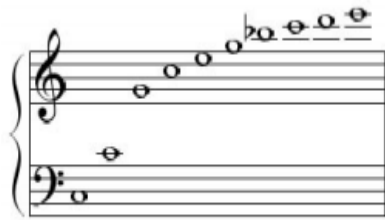


# Matematika harmonijoje



Nata styginio ar pučiamojo instrumento skamba tam tikru aukščiau, sakykime dažniu , iš tikrųjų su šiuo dažniu garsas yra periodinis. Garsas gali būti suskaidytas sveikais dažnio kartotinais.

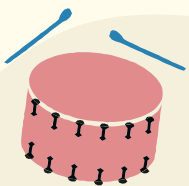
Garso komponentas su dažniu yra vadinamas fundamentaliu.



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

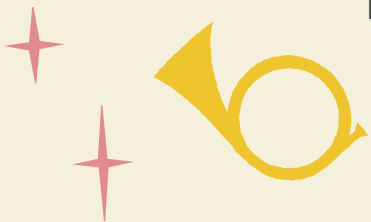
Komponentas su dažniu  $m$   
vadinamas  $m$ -tuoju  
harmoniniu priegarsiu  
(harmonika) arba  $(m-1)$ -uoju  
obertonu.

Sakykime, jei  $m=3$ , tai mes  
gauname 3 harmoninį  
priegarsį arba 2 obertoną.



# Aukso pjūvis muzikinėse kompozicijose

Auksinis santykis dar kitaip auksinė proporcija,  
auksinis skaičius, dieviškoji proporcija yra  
iracionalus skaičius apytiksliai lygus 1,618033989.

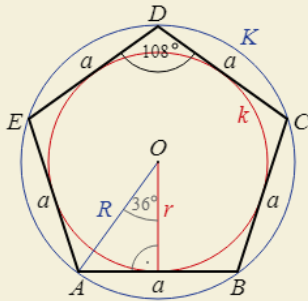


# Šio skaičiaus atradimas priskiriamas Senovės Graikijai

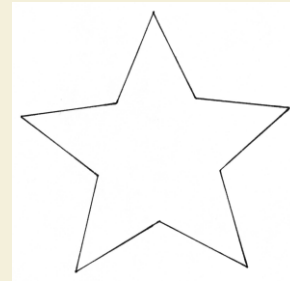
$$1/x = (\sqrt{5} + 1)/2 = 1,6180339887498948482\dots$$



Aukso pjūvis buvo studijuojamas senovėje  
matematikų pirmiausiai dėl jo dažno pasirodymo:



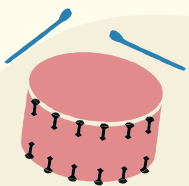
Penkiakampiuose



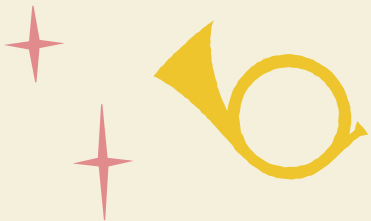
Penkiakampėse žvaigždėse

Taipogi buvo spėliojama  
ar egiptiečiai naudojo  
aukso pjūvį piramidėse,  
bet nėra jokio įrodymo,  
kad jie žinojo ar naudojo  
šį auksinį santykį.





**Aukso santykis dažnai naudojamas muzikinėse kompozicijose. Kulminacija dainose, kaip priešingybė viduriui ar pabaigai, dažnai pasiekiami maždaug ties tašku, tai yra 61,8% dainos.**







W. A. Mocarto kūrinų analizė taip pat rodo, kad daugelis jų dalinasi auksiniu

santykiu



Allegretto Minuet Wolfgang Amadeus Mozart (1756-1791)

Violin

Piano

*p*

*mp*

*mp*

*p*

*p*

20 *poco rit.* *al tempo*

*pp*

© Copyright Szaltes.com 2003

A musical score for a Minuet by Wolfgang Amadeus Mozart. The score is in 3/4 time and G major. It features a Violin part and a Piano part. The tempo is marked 'Allegretto'. The score includes dynamic markings such as *p*, *mp*, and *pp*. The piece concludes with a 'poco rit.' and 'al tempo' marking at measure 20.



## Matematikas J. F. Putzas nagrinėjo W. A. Mocarto kūrinis

Sonatos Nr. 1 C mažore dalis yra sudaryta iš 100 taktų, kuri kaip įprasta yra padalinta į dvi dalis, 38 pirmoje ir 62 antroje. Šis santykis  $38:62$  ( $\approx 0,613$ ) yra kaip galima artimas skaičiui 0,618

Daugelis W. A. Mocarto sonatų pianinui naudoja aukso pjūvį, bet keletas taipogi ir nukrypsta nuo šio santykio.

# Refleksija



## Ieva

Atrodo lankiau muzikos mokyklą, bet niekad nebūčiau pagalvojus kiek kartų joje naudoju matematiką ir skaičiavimus. Todėl ieškoti informacijos buvo labai įdomu ir smagu.



## Greta

Renkant informaciją, buvo labai įdomu sužinoti, kaip dažnai mes iš tikro net nepastebėdami naudojame matematiką net muzikoje ir kokia ji šioje srityje yra naudinga bei svarbi.



## Daina

Mokintis matematikos pradėjau maždaug tuo pat metu, kaip ir groti, todėl ilgą laiką šie du dalykai man buvo prioritetai gyvenime. Buvo labai įdomu, nes sužinojau, kiek daug matematikos galime rasti muzikoje.



## Jonas

Grodamas pirmuosius kūrinis supratau, kokia svarbi čia yra matematika. Buvo smagu prisiminti skaičiavimo svarbą.